

último es consistente con la respuesta de una corriente a una entrada instantánea lateral uniformemente distribuida a lo largo de su longitud $h_L(L, t)$ obtenida en la Sección 4.5.2.5 mediante la linealización de las ecuaciones de movimiento en un canal abierto.

4.5.3.3. El HUIG Gamma Extendido HUIGge

El HUIGge (donde “ge” es por “Gamma extendido”) complementa el HUIGg con los siguientes aspectos: (1) amplía las trayectorias incluyendo la discriminación de entradas puntuales a corrientes receptoras tanto por su extremo superior como por cualquier punto a lo largo de su longitud, (2) las fdps de los tiempos de viaje asociados a la escorrentía de ladera se asumen Exponenciales con velocidades v_l propias de cada ladera, y Gammas desplazadas para las entradas puntuales, (3) los parámetros de estas fdps se estiman con base en las ecuaciones presentadas en la Sección 4.5.2.5 obtenidas a partir de la linealización de las ecuaciones de movimiento, (4) las probabilidades de cada una de las trayectorias se estiman directamente de las características geomorfológicas propias de cada cuenca evitando las parametrizaciones con las relaciones de Horton.

El HUIGo fue desarrollado teniendo en cuenta trayectorias como las descritas en la Figura 4.32 y la Ecuación 4.272. Además, se adoptaron fdps Exponenciales para el tiempo de viaje en corrientes las cuales, como recién se ha afirmado, reflejan más el comportamiento de entradas uniformemente distribuidas a lo largo de la longitud que entradas que ingresan por su extremo superior. La respuesta a esta entrada superior es claramente diferente a una fdp Exponencial como se ha mostrado en la Sección 4.5.2.5 y que se aproxima más a una fdp Gamma desplazada. Consecuentemente con lo anterior resulta pertinente discriminar el tipo de entradas a una corriente de la red de drenaje [Kirshen y Bras (1982), Díaz-Granados et al. (1983), Díaz-Granados et al. (1992)]. En la Figura 4.52 se muestran trayectorias complementarias a las presentadas en la Figura 4.32 para la misma cuenca de orden 3, y que tienen en cuenta entradas laterales de laderas, entradas puntuales por el extremo superior, y adicionalmente entradas puntuales ubicadas aleatoriamente en la corriente receptora. La definición de estas trayectorias corresponde a

$$\left\{ \begin{array}{l} s_1 = l_1 \rightarrow r_1 \rightarrow u_2 \rightarrow u_3 \rightarrow \text{salida} \\ s_2 = l_1 \rightarrow r_1 \rightarrow x_3 \rightarrow \text{salida} \\ s_3 = l_2 \rightarrow r_2 \rightarrow u_3 \rightarrow \text{salida} \\ s_4 = l_3 \rightarrow r_3 \rightarrow \text{salida} \\ s_5 = l_1 \rightarrow r_1 \rightarrow x_2 \rightarrow u_3 \rightarrow \text{salida} \\ s_6 = l_2 \rightarrow r_2 \rightarrow x_3 \rightarrow \text{salida} \\ s_7 = l_1 \rightarrow r_1 \rightarrow u_2 \rightarrow x_3 \rightarrow \text{salida} \\ s_8 = l_1 \rightarrow r_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow \text{salida} \end{array} \right. \quad (4.380)$$

donde l_i representa la escorrentía de ladera que ingresa distribuida uniformemente (r_i) a lo largo de un determinado tramo de una corriente de orden i , u_i corresponde a una entrada puntual desde el extremo inferior de una corriente al extremo superior de otra corriente receptora de orden mayor, y x_i significa una entrada puntual de una corriente de orden menor en un punto cualquiera de otra de orden mayor. Además con esta nomenclatura se incluyen también las inter áreas $a_{i,j}$ consideradas como laderas interiores (ver Figura 4.33).

Discusiones sobre el HUIGo alrededor de parametrizaciones con la relación de longitudes de Horton R_L indican que existen cuencas que muestran desviaciones significativas con respecto a ésta, en especial en las corrientes de mayor orden. Esto, junto con la determinación de L_Ω que puede ser subjetiva y dependiente del punto de cierre de la cuenca (dado éste por ejemplo, por la ubicación de la estación hidrométrica disponible o por el punto de interés específico en el cauce, y no necesariamente por la corriente completa de orden mayor) hacen que las Ecuaciones como la 4.293 y 4.294 (que dependen tanto de R_L como de L_Ω) tiendan a subestimar q_p y a sobrestimar t_p en comparación con el HUIGo que se obtiene directamente con la Ecuación 4.284 (que no utiliza R_L) [van der Tak (1988), Bras (1990)].

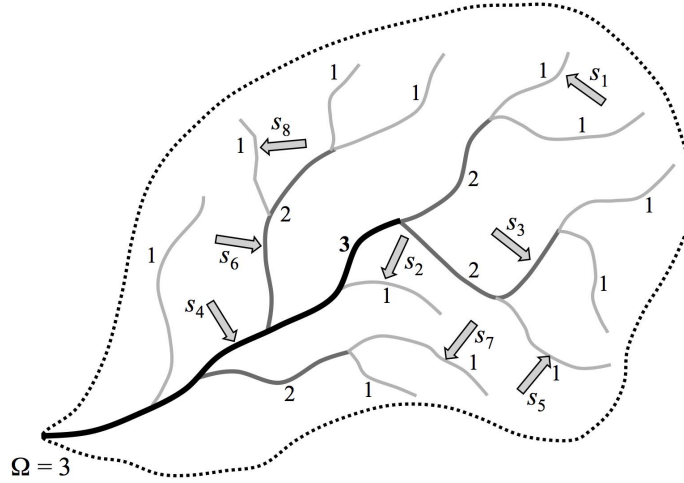


Figura 4.52: Trayectorias complementarias para una cuenca de orden 3

Esto también se puede decir de q_p y t_p del HUIGc. Una consecuencia de esto, aceptando y resaltando de antemano que el desarrollo del HUIGo y sus parametrizaciones basadas en las relaciones e Horton muestran la clara conexión entre la geomorfología y la respuesta hidrológica de la cuenca, es aplicar el HUIG a una cuenca dada usando directamente la Ecuación 4.284 y calculando las probabilidades $P(s_k)$ asociadas a cada trayectoria s_k con base en las definiciones primarias de p_{ij} y θ_i estimables directamente para la cuenca específica.

En consecuencia, el HUIGge está dado por

$$h(t) = \sum_{s_k \in S} f_{T_{s_k}}(t) P(s_k) \quad (4.381)$$

donde s_k es la trayectoria k , S es el conjunto de trayectorias posibles, $f_{T_{s_k}}(t)$ es la fdp del tiempo de viaje en la trayectoria s_k y $P(s_k)$ es la probabilidad de ésta. La mencionada fdp es la convolución

$$f_{T_{s_k}}(t) = f_{T_{l_j}}(t) * f_{T_{r_j}}(t) * f_{T_{(u/x)_m}}(t) * \dots * f_{T_{(u/x)_\Omega}}(t) \quad (4.382)$$

con las siguientes fdp del tiempo de viaje: $f_{T_{l_j}}(t)$ en ladera aferente a una corriente de orden j , $f_{T_{r_j}}(t)$ en una corriente del mismo orden con entrada uniformemente distribuida y $f_{T_{(u/x)_m}}(t)$ en una corriente de orden m con entrada puntual ubicada aguas arriba (u) o en cualquier punto de su longitud (x), es decir

$$f_{T_{(u/x)_m}}(t) = \begin{cases} f_{T_{u_m}}(t) & \text{si entrada puntual superior } u \\ f_{T_{x_m}}(t) & \text{si entrada puntual aleatoria } x \end{cases} \quad (4.383)$$

Las fdp $f_{T_{l_j}}(t)$ y $f_{T_{r_j}}(t)$ asociadas a una corriente de orden j se asumen Exponenciales (ver Ecuación 4.285) con base en Wyss (1988) en el primer caso, y en la respuesta de un canal a una entrada lateral uniformemente distribuida a lo largo de su longitud (ver Sección 4.5.2.5) en el segundo. En el primer caso el parámetro λ_{l_j} se puede estimar como v_{l_j}/\bar{l}_j , donde v_{l_j} es la velocidad de ladera representativa de áreas aferentes a corrientes de orden j y \bar{l}_j es la longitud promedio de drenaje de ladera que se puede calcular

con las Ecuaciones 4.378 y 4.379. Para la segunda fdp, λ_{r_j} se puede estimar con la Ecuación 4.347 que depende de la velocidad de onda dinámica en la corriente de orden j y de su longitud promedio.

Nótese que toda trayectoria siempre inicia con la secuencia $l_j \rightarrow r_j$, por lo cual la convolución de sus fdps Exponenciales se define de forma analítica y genérica (usando transformadas de Laplace, por ejemplo) como

$$f_{T_{l_j}}(t) * f_{T_{r_j}}(t) \equiv f_{T_{r_j}}(t) = \frac{\lambda_{l_j} \lambda_{r_j}}{\lambda_{l_j} - \lambda_{r_j}} \left(e^{-\lambda_{r_j} t} - e^{-\lambda_{l_j} t} \right) \quad (4.384)$$

De acuerdo con la Sección 4.5.2.5, la distribución del tiempo de viaje $f_{T_{u_i}}(t)$ se asume Gamma desplazada, es decir

$$f_{T_{u_i}}(t) = \frac{\lambda_{u_i}^{r_{u_i}} (t - \epsilon_{u_i})^{r_{u_i} - 1} e^{-\lambda_{u_i} (t - \epsilon_{u_i})}}{\Gamma(r_{u_i})} \quad (4.385)$$

donde sus parámetros están dados por (ver Ecuaciones 4.332 a 4.336):

$$\hat{r}_{u_i} = \frac{1,2776 \bar{L}_i}{1000 y_{o_i} F_{o_i}^2} - 0,2346 \quad (4.386)$$

$$\hat{\lambda}_{u_i} = \frac{\hat{r}_i}{\hat{Z}_{1_i}} \quad (4.387)$$

$$\hat{\epsilon}_{u_i} = \frac{\bar{L}_i}{3600 c_{1_i}} \quad (4.388)$$

con \hat{Z}_{1_i} dada por la Ecuación 4.335, en la cual

$$\hat{Z}_{2_i} = \frac{1}{1000} \bar{L}_i^{0,904} v_{o_i}^{0,879} c_{1_i}^{-1,64} F_{o_i}^{-1,815} \quad (4.389)$$

En las Ecuaciones 4.385 a 4.389, i es el orden de corriente, \bar{L}_i es la longitud promedio (m) de corrientes de este orden, y_{o_i} y F_{o_i} son la profundidad (m) y el número de Froude (ver Ecuaciones 4.325 y 4.326) de referencia representativos de corrientes de orden i , y c_{1_i} es la celeridad dinámica (m/s) que se puede estimar con la Ecuación 4.317.

La fdp $f_{T_{x_i}}(t)$ también se supone Gamma desplazada. Ésta está definida con la misma Ecuación 4.385 pero para estimar los valores de sus parámetros es necesario reemplazar \bar{L}_i por \tilde{L}_i donde ésta representa la distancia promedio (m) en corrientes de orden i entre el punto de entrada de la corriente aferente y el extremo de aguas abajo de la corriente receptora de orden i .

La probabilidad de la trayectoria s_k es la probabilidad inicial de ésta multiplicada por el producto de probabilidades secuenciales de transición entre las diferentes corrientes que conforman la trayectoria, es decir

$$P(s_k) = \theta_i p_{ij_u} \langle p_{ij_x} \rangle \dots p_{l\Omega_u} \langle p_{l\Omega_x} \rangle \quad (4.390)$$

donde θ_i es la probabilidad de que una gota de escorrentía inicie su movimiento en un área que drena hacia una corriente de orden i y p_{ij_u} es la probabilidad de transición de una corriente de orden i a otra de orden j entrando por el extremo superior u de ésta. Si alternativamente la corriente de orden i entra en un punto cualquiera x de la corriente de orden j , la probabilidad de transición es p_{ij_x} . La notación $p_{ij_u} \langle p_{ij_x} \rangle$ en la Ecuación 4.390 indica que en el producto de probabilidades de transición participa p_{ij_u} o p_{ij_x} según la conformación de la trayectoria. En consecuencia, θ_i está dada por la Ecuación 4.278 que es

$$\theta_i = \frac{\text{total de áreas de drenaje directo a corrientes de orden } i}{\text{área total de la cuenca}} \quad (4.391)$$

Tabla 4.15: Valores de S_o , n , y_o , v_o , F_o y c_1 de las corrientes de la red de drenaje

Corriente de la cuenca $C_{j,k}$	S_o	n	y_o (m)	v_o (m/s)	F_o	c_1 (m/s)
$C_{1,1}$	0,005	0,035	0,4	1,10	0,554	3,08
$C_{1,2}$	0,0075	0,04	0,425	1,22	0,599	3,27
$C_{1,3}$	0,008	0,04	0,425	1,26	0,619	3,31
$C_{1,4}$	0,012	0,0425	0,35	1,28	0,691	3,13
$C_{1,5}$	0,01	0,0425	0,375	1,22	0,638	3,14
$C_{1,6}$	0,0095	0,0425	0,4	1,25	0,629	3,23
$C_{1,7}$	0,0125	0,0425	0,35	1,31	0,705	3,16
$C_{1,8}$	0,00925	0,04	0,4	1,31	0,659	3,29
$C_{1,9}$	0,0085	0,0375	0,4	1,33	0,674	3,32
$C_{1,10}$	0,013	0,04	0,3	1,28	0,745	2,99
$C_{1,11}$	0,0065	0,03	0,325	1,27	0,711	3,06
$C_{1,12}$	0,00825	0,0375	0,35	1,20	0,649	3,06
$C_{2,1}$	0,0035	0,025	0,4	1,28	0,649	3,27
$C_{2,2}$	0,0045	0,0275	0,4	1,32	0,669	3,31
$C_{2,3}$	0,00475	0,0275	0,4	1,36	0,687	3,34
$C_{2,4}$	0,00325	0,025	0,4	1,24	0,625	3,22
A_Ω	0,001	0,02	0,5	1,00	0,450	3,21

Por su parte, las probabilidades de transición son

$$p_{ij_u} = \frac{\# \text{ de corrientes de orden } i \text{ que drenan por } u \text{ a corrientes de orden } j}{\# \text{ total de corrientes de orden } i} \quad (4.392)$$

$$p_{ij_p} = \frac{\# \text{ de corrientes de orden } i \text{ que drenan por } x \text{ a corrientes de orden } j}{\# \text{ total de corrientes de orden } i} \quad (4.393)$$

Ejemplo 4.4 Para la misma cuenca del Ejemplo 4.3, cuyas trayectorias complementadas se presentan en la Figura 4.52 y se describen con la Ecuación 4.380, en la Tabla 4.15 se incluye información hidráulica complementaria de las corrientes que conforman la red de drenaje y que permite estimar el HUIGge. S_o es la pendiente del fondo de la corriente, n es el coeficiente de fricción de Manning, y_o y v_o son la profundidad y velocidad de referencia de linealización de las ecuaciones de movimiento, F_o es el número de Froude asociado a estas dos anteriores y c_1 es la celeridad dinámica.

En la Tabla 4.16 se incluye la información necesaria (c_1 y L) para estimar en cada una de las corrientes de orden $i = 1, \dots, \Omega$ su correspondiente valor del parámetro $\lambda_{r_{i,k}}$ (usando la Ecuación 4.347) de la fdp Exponencial de respuesta a una entrada unitaria instantánea lateral distribuida uniformemente a lo largo de su longitud. Para estimar el HUIGge se requiere disponer de valores promedio de este parámetro para cada orden i de corriente por lo cual, con base en los valores individuales de todas las corrientes de orden i , los promedios representativos se presentan en la Tabla 4.17, donde N_i corresponde al número de corrientes de orden i (ver Tabla 4.16) cuyos valores individuales de $\lambda_{r_{i,k}}$ se promedian ($k = 1, \dots, N_i$) para su estimación.

Para estimar los valores de $\hat{\lambda}_{l_i}$ de la fdp Exponencial de la respuesta unitaria asociada a la escorrentía de ladera en áreas de drenaje directo a corrientes de orden i se usó la relación ya mencionada entre la velocidad v_{l_i} de escorrentía de ladera aferente a corrientes de orden i y la longitud promedio de flujo de ladera \bar{l}_i , junto con las Ecuaciones 4.378 y 4.379, es decir